تابع موج، توزیع گاوُسي پيشرفته

نگارنده: حميد

قانون توزیع نُرمال (توزیع گاوُسي) با روشي شگفت آور و غير قابل تردید چگونگي رفتار كوانتومي طبيعت را در يك فورمول رياضي خلاصه مي كند. **تابع موج**، از سوي ديگر، نمايانگر ساختار يا ساختار هاي زير كوانتومي اين رفتار در تمام مقياس ها است، از كوچكترين ذرّات زير اتمي گرفته تا تمام عالَم هستي.

تابع موج نوين احتمال (the new probability wave function) را مي توان از توزیع نُرمال گاوُسي استنتاج نمود، مشروط بر آنكه يك تعريف كامل از **عدم قطعيّت** (definition of uncertainty) وجود داشته باشد و **متغير هاي پنهان** (hidden variables)، به عنوان اركان اين تابع، در **منحني زنگوله اي** (bell curve) تشخيص داده شده و به رسميّت شناخته شوند.

به طور كلّي، در مكانيك كوانتومي مقادير قطعي براي مشاهده پذيرها تعيين نمي شود، بلكه پيش بيني هائي در مورد توزيع احتمال انجام مي گيرد، يعني در مورد احتمال به دست آوردن هر يك از نتايج ممكنه ناشي از اندازه گيري يك مشاهده پذير. به عبارت ديگر، ويژگي هاي يك پديدۀ طبيعي قبل از اندازه گيري مقادير قطعي ندارند. در عوض، آنها را به وسيلۀ تابع توزيع نُرمال توضيح مي دهند. درجۀ عدم قطعيّت در اندازه گيري به طور عمده به ميزان درستي (accuracy) وسيلۀ اندازه گيري بستگي دارد. در نتيجه، سطح تكنولوژي بالاتر امكان اندازه گيري ويژگي ها را با دقّت بيشتري فراهم مي سازد. در حقيقت مي توان گفت، مرتبۀ اندازه گيري بسيار مهم است [1].

در توزيع نُرمال 99.73% از كميّت ها يا متغير هاي تصادفي بين سه انحراف معيار (3σ) در دو سوي ميانگين (μ) قرار مي گيرند، يعني بين $\mu-3\sigma$ و $\mu+3\sigma$. تابع موج احتمال بايستي دست كم اين شرط را برآورده سازد.

با توجّه به اينكه در مكانيك كوانتومي مجزّا بودن به عنوان يك اصل مطلق شناخته مي شود، مناسب تر آن است كه نام متغير هاي تصادفي به **متغير هاي كوانتومي** (quantum variables) كه تنها مي توانند مقادير مجزّائي داشته باشند تغيير نمايد.

در يكي از مقالات نگارنده [2] عدم قطعيّت استاندارد اين گونه تعريف شده است:

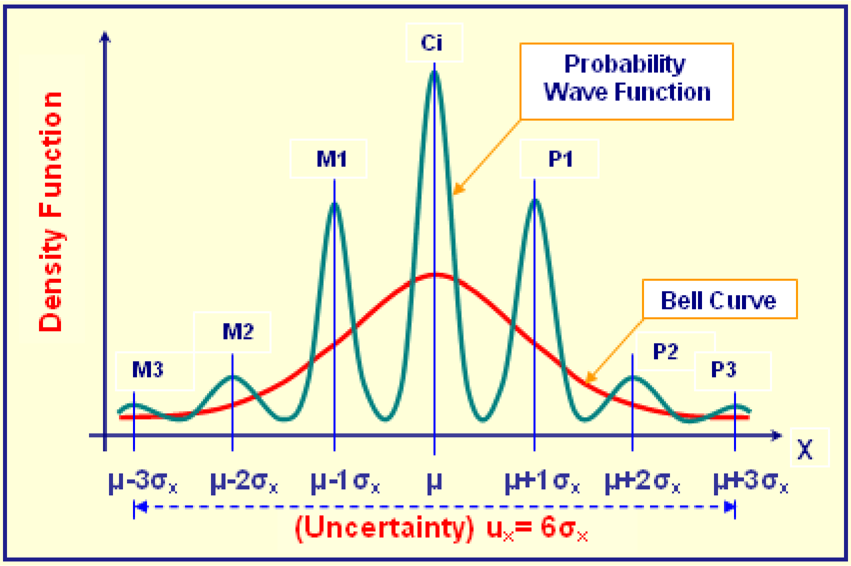
> **عدم قطعيّت استاندارد u_x مربوط به نتيجۀ اندازه گيري X مساوي است با شش برابر انحراف معيار X، يعني $u_x=6\sigma_x$.**

اگر μ ميانگين نتايج اندازه گيري باشد، بنابراين $\mathbf{X=\mu\pm3\sigma_x}$.

مفهوم فوق قبلاً براي تفسير پديدۀ پَراش يا تفرّق [3]، آزمايش دو شكافي [4] و طول پلانك [1] مورد استفاده قرار گرفته است. به احتمال زياد مورد آخر در توضيح **گرانش كوانتومي** (quantum gravity) نقشي كليدي خواهد داشت.

در توزيع نُرمال (منحني زنگوله اي) متغير هاي پنهان عبارتند از: $\mu-3\sigma$، $\mu-2\sigma$، $\mu-1\sigma$، μ، $\mu+1\sigma$، $\mu+2\sigma$ و $\mu+3\sigma$. هر يك از اجزاء تابع موج، يعني M3، M2، M1، Ci،P1، P2 و P3، به ترتيب گرداگرد يكي از اين متغيرها تشكيل مي شوند.

چكيدۀ مطالب مذكور در فوق و پيكر بندي كلّي تابع موج در شكل ۱ نشان داده شده است:



شكل ١- پيكر بندي كلّي تابع موج نوين احتمال

توزيع تمام هفت گروه بايد متفقاً نُرمال (بهنجار) يا تقريبا نُرمال باشد. آنها به طور جمعي تابع موج احتمال يا به عبارت ديگر **فرمول عشق** را كه در پي ايجاد آن هستيم تشكيل مي دهند:

$$\Psi = M3+M2+M1+Ci+P1+P2+P3$$

$$\int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} \psi.dx = 0.9973 = 99.73\%$$

تابع توزيع هر يك از گروه ها را مي توان از تابع چگالي احتمالِ (توزيع نُرمال) استنتاج نمود. در فرمول اين تابع، كه در زير به آن اشاره شده است، μ مقدار ميانگين (اميد رياضي يا انتظار رياضي) و σ (سيگما) انحراف معيار ميباشد كه تعيين كنندۀ پهناي "زنگوله" است:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

سطح كل زير اين منحني از منهاي بي نهايت تا به اضافۀ بي نهايت برابر با يك است. بدين معني كه در بر گيرندۀ 100% متغير هاي تصادفي (متغير هاي كوانتومي) مي باشد. بنابراين، سطح زير منحني *f(x)* بين دو نقطه، مثلاً از μ-3σ تا μ+3σ، بخشي از سطح را نشان مي دهد كه مابين اين دو مقدار قرار دارد:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx = 1 = 100\%$$

$$\int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} f(x).dx = 0.9973 = 99.73\%$$

اين قاعده را ميتوان براي محاسبۀ سطح زير تابع چگالي احتمالِ هر يك از گروه ها يا موئلفه هاي تابع موج به كار بُرد [4]. نتايج در جدول ١ درج گرديده است:

جدول۱- احتمال هر يك از هفت گروه تابع موج نوين احتمال

	M3	M2	M1	Ci	P1	P2	P3	Total
Probability (Population)	0.49%	6.06%	24.17%	38.29%	24.17%	6.06%	0.49%	99.73%

ميانگين يا اميد رياضي هر يك از گروه ها در جدول ۲ داده شده است.

جدول ۲- ميانگين هر يك از هفت گروهِ تابع موج نوين احتمال

	M3	M2	M1	Ci	P1	P2	P3	Bell Curve
Mean Value	μ-3σ	μ-2σ	μ-1σ	μ	μ+1σ	μ+2σ	μ+3σ	μ

اگرچه مقدار احتمال تمام هفت گروه دلالت بر اين دارد كه توزيع يكايك آنها به تنهائي نُرمال نيست، ولي مي توانيم تابع توزيع هر گروه را از منحني زنگوله اي به دست آوريم. جهت انجام اين كار كافيست انحراف معيار را به σ′=1/6σ تغيير داده و با ضريبي كمتر از يك، متناسب با هر مورد، ارتفاع زنگوله را كاهش دهيم. بايد در نظر داشت كه در اين حالت uncertainty=6σ′=σ خواهد بود. به اين ترتيب، سطح كلي زير منحني هر گروه، از منهاي بي نهايت تا به اضافهٔ بي نهايت، كمتر از يك است. لذا هر يك از آنها، به تنهائي، توزيع نابهنجار (آنرمال) محسوب مي شوند.

حالا مي توانيم توابع توزيع تمام هفت گروه را ايجاد نمائيم، به شكل ۲ نگاه كنيد. جهت خلاصه كردن توابع فرض شده كه مقدار ميانگين تابع موج كه همان ميانگين منحني زنگوله اي است برابر با صفر مى باشد، يعني μ=0.

$$M3 = \frac{6 \times 0.00974}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-18(x+3\sigma)^2}{\sigma^2}}\right]_{-3\sigma}^{-2.5\sigma} \quad , M2 = \frac{6 \times 0.06076}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-18(x+2\sigma)^2}{\sigma^2}}\right]_{-2.5\sigma}^{-1.5\sigma}$$

$$M1 = \frac{6 \times 0.24238}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-18(x+\sigma)^2}{\sigma^2}}\right]_{-1.5\sigma}^{-0.5\sigma} \quad , Ci = \frac{6 \times 0.38396}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-18x^2}{\sigma^2}}\right]_{-0.5\sigma}^{+0.5\sigma}$$

$$P1 = \frac{6 \times 0.24238}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-18(x-\sigma)^2}{\sigma^2}}\right]_{+0.5\sigma}^{+1.5\sigma} \quad , P2 = \frac{6 \times 0.06076}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-18(x-2\sigma)^2}{\sigma^2}}\right]_{+1.5\sigma}^{+2.5\sigma}$$

$$P3 = \frac{6 \times 0.00974}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-18(x-3\sigma)^2}{\sigma^2}}\right]_{+2.5\sigma}^{+3\sigma}$$

Seven Components of Wave Function

New Wave Function Ψ=M3+M2+M1+Ci+P1+P2+P3

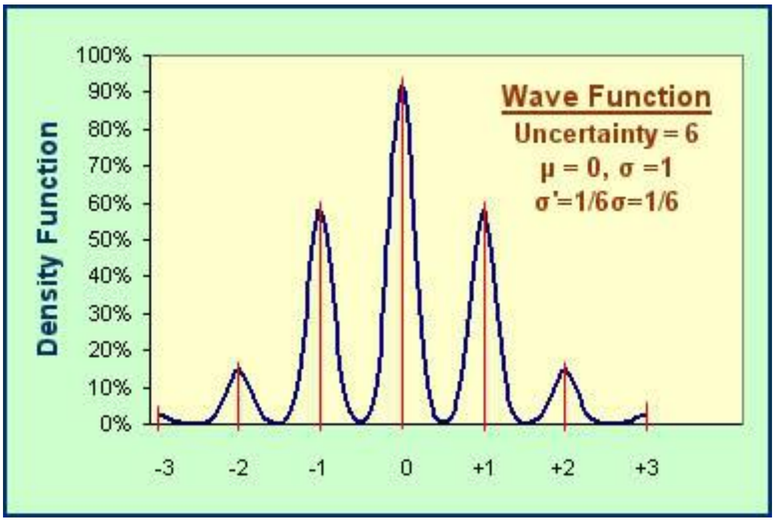
شكل ۲- توابع توزيع هفت گروهِ تشكيل دهندهٔ تابع موج نوين احتمال

ايجاد ساختار هاي زير كوانتومي گروه ها يا موئلفه هاي مختلف تابع موج نوين احتمال نيز با همين دستور كار امكان پذير است.

چنانچه μ برابر با صفر و σ برابر با یک باشد، توزیع گاوسي را **توزیع نُرمالِ استاندارد** مي نامند، با فرمول زیر:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{x^2}{2}}$$

با استفاده از استاندارد یاد شده در بالا، متغیر هاي پنهان یا میانگین ها به اعداد کامل ، 3-، 2-، 1-، 0، 1+، 2+، و 3+ تبدیل مي شوند. به بیان دیگر، با داشتن مقادیر معیني براي μ و σ تمام داده هاي لازم براي ترسیم منحني تابع موج را در اختیار داریم. منحني تابع موج استاندارد همانند شکل ۳ است که مي تواند به عنوان **تابع موج فراگیر** (Universal Wave Function) در نظر گرفته شود.



شکل ۳- تابع موج فراگیر

تابع موج احتمالِ معرفي شده در این مقاله براي نتایج اندازه گیري مربوط به تمام پدیده هاي طبیعي کاربُرد دارد. براي لحظاتي تصوّر کنید که مغز، به عنوان کنترل کنندۀ فکر و رفتار ما، ممکن است نوعي متغیر کوانتومي باشد. جایگاه ما در تابع موج ذهن انسان کجا ست؟

References (مراجع):

1. Planck Length and Quantum Geometry , January 2007, toequest.com
2. تعریف عدم قطعیّت , آذر ماه سال ۱۳۹۱, toequest.com
3. How Can the Photons Tolerate Each Other?, May 2005, toequest.com
4. Double Slit Experiment and Quantum Mechanics , December 2005, toequest.com

یادداشت ها:

- نسخۀ انگلیسي این مقاله زیر عنوان Wave Function, Developed Gaussian Distribution در ماه اوت سال ۲۰۰۸ در سایت toequest.com منتشر شده است.
- نسخۀ آلماني این مقاله زیر عنوان Wellenfunktion, die Entwickelte Gauß-Verteilung در ماه مارس سال ۲۰۱۲ در سایت toequest.com انتشار یافته است.
- کاربُرد تابع موج نوین احتمال در ارتباط با **نظریۀ همه چیز** (Theory of Everything, TOE) و **گرانش کوانتومي** (quantum gravity) از طریق لینك هاي زیر قابل دسترسي است:
  Exact Planck Length Unveils Quantum Gravity
  Genaue Planck-Länge Enthüllt die Quantengravitation